



Col·legi Maristes Sants-Les Corts

Departament de matemàtiques

Tal i com alguns de vosaltres heu demanat, us dono una col·lecció de problemes per ajudar-vos a preparar la recuperació.

No és, ni ho pretén ser, un recull exhaustiu dels problemes fets durant l'avaluació i sols vol donar-vos un cop de mà per preparar el temari.

Com sempre el més important és com feu els problemes, les explicacions i raonaments que utilitzeu per plantejar-los i resoldre'ls.

Penjaré unes possibles solucions un cop passat el Nadal

- 1.- Utilitzeu el teorema dels residu per calcular el valor de k sabent que divisió

$$\frac{2x^3 + kx + 1}{x + 2} \text{ té de residu } -5.$$

- 2.- Utilitzeu el teorema dels residu per calcular el valor de k si el polinomi

$$P(x) = 2x^4 + (k + 1)x^3 - 3kx + 3k \text{ és divisible per } x + \sqrt{3}.$$

- 3.- Utilitzant el teorema del residu, trobeu el valor de m si el polinomi

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + m \cdot x + m \text{ entre } x + \sqrt{3} \text{ té de residu } 3.$$

- 4.- Opereu i doneu el valor el màxim simplificat possible

$$a) \frac{1}{1+\frac{x}{4}} - \frac{1}{1-\frac{x}{4}} + \frac{x-4}{4+x} + \frac{\frac{4}{x}+\frac{x}{4}}{\frac{4}{x}\frac{x}{4}}.$$

$$b) \frac{\frac{a}{x}+\frac{x}{a}}{\frac{x}{a}} + \frac{1}{1+\frac{x}{a}} - \frac{1}{1-\frac{x}{a}}$$

$$c) \frac{\frac{x}{3}-\frac{3}{x}}{3x^2-12} \cdot \frac{3x^2-6x}{2x+6} - \frac{3x-x^2}{6x^2+12x}$$

$$e) 5 \cdot \frac{\frac{1}{5}-\frac{1}{x}}{x^2-25} \cdot (x^3 + 7x^2 + 7x - 15) - \frac{x^2+3x+2}{x+1}$$

- 5.- Calculeu el valor de $\left(\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{15}{\sqrt[4]{625}} \right)^2$.

- 6.- Dues formigues estan al vèrtex d'un quadrat i es posen a caminar a la mateixa velocitat; mentre una dona voltes al quadrat resseguint-ne els costats, l'altra va endavant i endarrere seguint la diagonal.

Quan es tornaran a trobar?

7.- Resoleu les equacions:

a) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+19} = 8$

b) $\sqrt{4x+4} - \sqrt{x+1} = x - 5$

c) $\sqrt{2+x} + 5 = \sqrt{x-3}$

d) $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x+2} = 2$

8 - Resoleu les equacions

a) $3^x - 3^{1-x} = 2$

b) $3^{x+6} + 3^{x+4} + 3^{x+2} = 91$

c) $5^{2x} = 24 \cdot 5^x + 25$

d) $5^{x+1} - 6 \cdot 5^x + 5^{x-1} = -24$

e) $9^x - 8 \cdot 3^x = 9$

9- Resoleu les equacions:

a) $2 \log x - \log(4x + 5) = 0$

b) $\log 4 + 2 \log(x-3) = \log x$

c) $5 \log x = \log 125 + \log x^2$

d) $\log(25-x^3) - 3 \log(4-x) = \log 1$

e) $2 \cdot \log(2x)^2 - 3 \log x = 1$

10.- Resoleu les inequacions:

a) $4x-5 < 2x+3$

b) $x^2 + 2x > x + 6$

c) $2x^2 + x \geq 3$

d) $\frac{x-5}{x+1} \geq 0$

11.- Trobeu la suma dels 15 primers termes d'una progressió geomètrica on el segon terme és -96 i el terme 7 és 729 .

12.- Trobeu x sabent que: $4 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 27 + \dots + 4 \cdot 3^x = 118096$.

13.- Trobeu el valor de $8 - 4 + 2 - 1 + 0.5 - 0.25 + 0.125 - 0.0625 + \dots$.

14.- Calculeu el valor $6 - 2\sqrt{3} + 2 - \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{9}\sqrt{3} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27}\sqrt{3} \dots$.

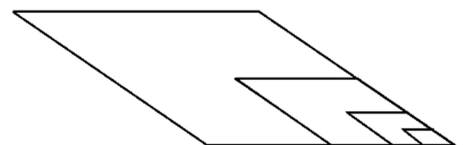
15.- Considerem un quadrat Q_1 de costat 2 cms. Unint els punts mitjans de cada costat obtenim un altre quadrat Q_2 . Unint els punts mitjans dels costats de Q_2 obtenim un altre quadrat Q_3 . Procedim així indefinidament.

a) Si P_n és el perímetre del quadrat Q_n , raoneu que P_1, P_2, P_3, \dots formen una progressió geomètrica i trobeu el seu terme general.

b) Què val la suma dels perímetres dels infinits quadrats que es formen?.



16.- Un rombe R_1 té de costat 10 cms i un dels angles interiors amida 30° ; unint els punts mitjans de cada costat fins a la diagonal, obtenim un nou rombe R_2 amb els mateixos angles; si unim els punts mitjans del nou rombe fins la seva diagonal obtenim un nou



rombe R_3 .

Procedim així indefinidament i obtenim una successió de rombes R_n .

Tal i com indica la figura.

a) Raoneu que els perímetres d'aquets rombes formen un progressió geomètrica i doneu-ne la raó. Que val la suma dels perímetres de tos aquests rombes?

b) Raoneu que les àrees d'aquests rombes formen una progressió geomètrica i doneu-ne la raó. Qui valor té la suma de les àrees dels infinits rombes?

- 17.- Trobeu l'àrea d'un rombe de costat 6m, sabent que un dels seus angle interiors és de $3\pi/4$.
- 18.- Les diagonals d'un rectangle amiden 26 cm. i l'angle que formen és de $\pi/6$. Trobeu la superfície i el perímetre d'aquest rectangle.
- 19.- Trobeu l'àrea de la corona circular formada pels cercles inscrit i circumscrit a un triangle equilàter de costat 5m.
- 20.- Per reforçar l'estabilitat d'una torre de 12 m d'altura li volem posar quatre cables tensors que vagin des de el punt més alt de la torre fins a quatre punts del terra, que coincideixin amb els vèrtex d'un quadrat del que el peu de la torre n'és el centre.
Si volem que l'angle que formin aquests tensors amb el terra sigui de $\pi/3$ rad. Quina longitud de cable tensor necessitarem?
A quina distància del peu de la torre estaran les fixacions dels tensors?
- 21.- Dues persones separades 840 m veuen un avió que les sobrevola amb angles d'elevació de $\pi/3$ i $\pi/4$. A quina altura vola l'avió?.